

iii Этап Республиканской олимпиады по астрономии

Решения заданий теоретического тура

12 января 2016 года

(1) Поток солнечной энергии на ед. площади:

$$F = \frac{L_{\odot}}{4\pi a^2} (1 - \alpha) = 439 \text{ Дж м}^{-2} \text{ с}^{-1}$$

1) иен. $L_{\odot}, a_{\oplus} = 2,9493 \cdot 10^{11} \text{ м}, \alpha_{\oplus} = 1$
 2) вычисл. мощность солн. света на пов. Марса:
 $P = \frac{3,82 \cdot 10^{26}}{4\pi \cdot (2,28 \cdot 10^{11})^2} (1 - \alpha) = 585 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \cdot 0,75 = 439 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$
 3) вычисл. мощн., приходящую к-к-у
 $P_1 = \frac{2,6 \cdot 10^6 \cdot 3600}{365 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 3600} \approx 297 \text{ Вт} < P \rightarrow 1 \text{ бат}$

За секунду человек использует 296.6 Вт. Следовательно, хватит одной батареи.

(2)

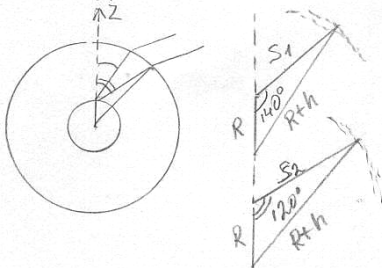
$$L_{\odot} t = E = M_0 c^2, \quad t = \frac{M_0 c^2}{L_{\odot}} = 4.447 \times 10^7 \text{ лет.}$$

(3)

$$\Delta m = 2.5 \log\left(\frac{F_0}{F}\right) = 5 \log\left(\frac{a}{a_0}\right) = 5 \log\left(\frac{a_0 + vt}{a_0}\right) = 5 \log\left(1 + \frac{vt}{a_0}\right),$$

$$t = \frac{a_0 (10^{0.2 \Delta m} - 1)}{v} = 196 \text{ дней.}$$

(4) Общие уравнения:



$$\ln\left(\frac{F}{F_0}\right) = -\tau$$

$$2.5 \log\left(\frac{F}{F_0}\right) = m_0 - m$$

$$2.5 \log(e^{-\tau}) = m_0 - m$$

$$-2.5 \log(e)\tau = m_0 - m$$

$\tau = s$, где s — путь света в атмосфере, $\tau = Cs$, $C = \text{const}$

Можно бы выразить сразу от этого сказать. Было бы справедливей.

$$-2.5 \log(e)Cs = m_0 - m$$

$$-2.5 \log(e)C = K$$

$$Ks = m_0 - m$$

Уравнения, содержащие s_1, s_2, m_1, m_2 :

$$Ks_1 = m_0 - m_1$$

$\frac{F}{F_0} = e^{-\tau} = e^{-Cs}$ оград. света в атм. зависит от его пути в ней по экспоненц. з-му!
 Откуда это и. даст в атм

Скорее и. признать, что $E = E_0(1 - Cs)$ — было вычисл. р-те.

Тогда: $m_2 - m_1 = 2.5 \lg \frac{E_0(1 - Cs_1)}{E_0(1 - Cs_2)}$
 $\frac{1 - Cs_1}{1 - Cs_2} = 10^{0.4(m_2 - m_1)} = 2,512$

$$1 - Cs_1 = 2,512 - 2,512Cs_2$$

$$C = \frac{1,512}{2,512s_2 - s_1} \approx 0,000744$$

Но $m_1 - m_0 = 2,5 \lg \frac{E_0}{E_0(1 - Cs)}$

$$m_0 = m_1 + 2,5 \lg(1 - Cs) = 9,6 + 2,5 \lg 0,303 \approx 9,6 - 1,3 = 8,3^m$$

А если сразу признать, что

Флуктуирует так и делаем, и вычисляем. Но это — вина юта и юта и юта; в программе остаточный более углубленный и оставшийся задан, полагается, решается углубляемее ;)

$$Ks_2 = m_0 - m_2$$

$$K = \frac{m_0 - m_1}{s_1} = \frac{m_0 - m_2}{s_2}$$

$$(m_0 - m_1) \frac{s_2}{s_1} = m_0 - m_2$$

$$m_0 = \frac{m_1 \frac{s_2}{s_1} - m_2}{\frac{s_2}{s_1} - 1}$$

$$K(s_2 - s_1) = m_1 - m_2!$$

А можно, через тригонометрию это $\Delta m \cos$, вычислить

$$K = \frac{m_1 - m_2}{s_2 - s_1} = \frac{-1^m}{235 \text{ км}}$$

Ответом: $Ks_1 = m_0 - m_1$

$$m_0 = m_1 + Ks_1 = 9,6 - 1^m \frac{894}{235}$$

$$m_0 \approx 9,6 - 3,82 \approx 5,8^m$$

$$(R+h)^2 = R^2 + s^2 - 2Rs \cdot \cos(\pi - z)$$

$$2406^2 = 1956^2 + s_1^2 - 2 \cdot 1956 \cdot s_1 \cdot \cos 140^\circ$$

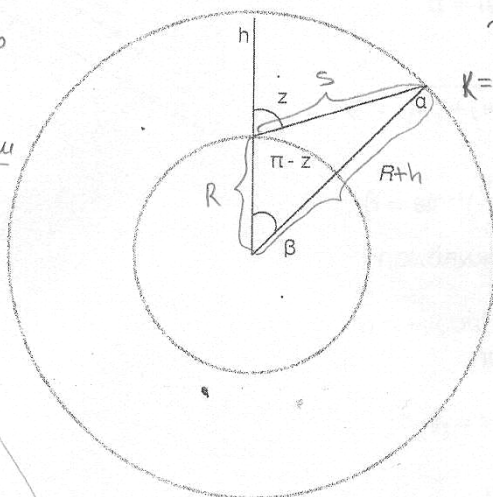
$$s_1^2 + 2994s_1 - 3496500 = 0;$$

$$D = 22968009; s_1 = \frac{-2994 \pm 4492}{2} \approx 894 \text{ км}$$

$$2406^2 = 1956^2 + s_2^2 - 2 \cdot 1956 \cdot s_2 \cdot \cos 120^\circ$$

$$s_2^2 + 1956s_2 - 3496500 = 0$$

$$D = 14811936; s_2 = \frac{-1956 \pm 4220}{2} \approx 1132 \text{ км}$$



$$\frac{\sin(\pi - z)}{R+h} = \frac{\sin \alpha}{R} - Th \sin$$

$$\alpha = \sin^{-1}(\sin(z) \frac{R}{R+h})$$

$$\beta = \pi - \alpha - (\pi - z) = z - \alpha ?$$

$$s = \sqrt{R^2 + (R+h)^2 - 2R(R+h)\cos\beta}$$

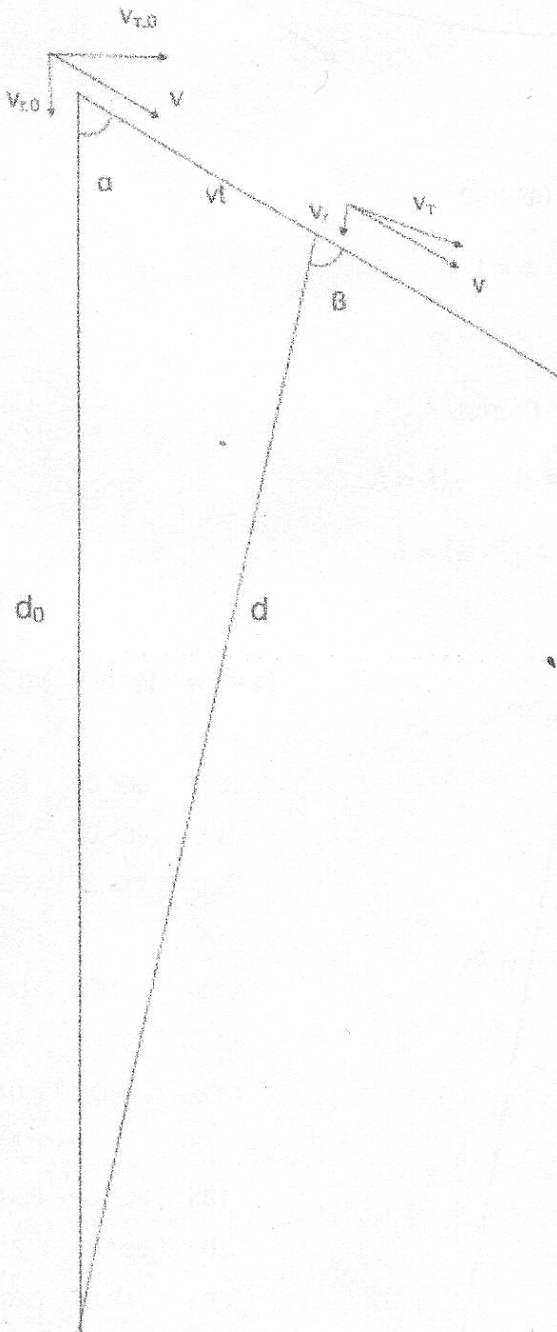
	$z = 40^\circ (1)$	$z = 60^\circ (2)$
α	27.7°	38.8°
β	12.3°	21.2°
s	898 км	1132 км

Подставляем:

№4 Самая сложная задача!

$$m_0 = \frac{9.6 \frac{1132 \text{ км}}{898 \text{ км}} - 10.6}{\frac{1132 \text{ км}}{898 \text{ км}} - 1} = 5.8.$$

(5)



$$v_{r,0} = 4.74 \mu\text{od}_0 = 36.7 \text{ км с}^{-1}$$

$$v_0 = v = \sqrt{v_{r,0}^2 + v_{t,0}^2} = 45.8 \text{ км с}^{-1}$$

$$vt = 214 \text{ пк}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{v_{r,0}}{-v_{t,0}}\right) = 53.3^\circ$$

$$d = \sqrt{d_0^2 + (vt)^2 - 2d_0 vt \cos \alpha} = 421 \text{ пк}$$

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{d_0}{d} \sin \alpha\right) = 77.2^\circ \text{ (звезда приближается: } \cos(\pi - \beta) < 0)$$

$$v_r = -v \cos \beta = -10.1 \text{ км с}^{-1} \text{ (звезда приближается)}$$

$$v_t = v \sin \beta = 44.7 \text{ км с}^{-1}$$

$$\mu = \frac{v_t}{4.74d} = 0.0224'' \text{ год}^{-1}$$

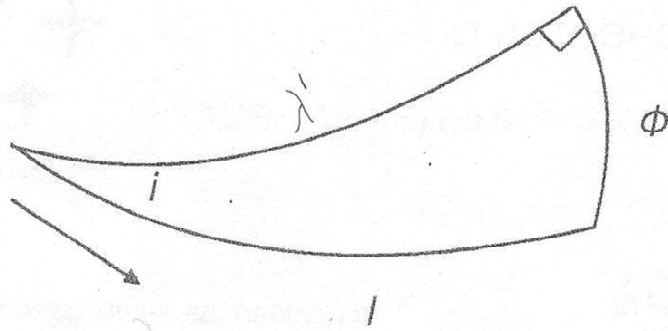
(6) Так как угол наклона земной оси к экватору за это время практически не изменится, то и продолжительность дня останется постоянной: прецессия оси не влияет на значение широты и максимального/минимального склонения Солнца.

(7)

$$v = Hd = \frac{2\pi R_\oplus \cos \varphi}{P}$$

$$d = \frac{2\pi R_\oplus \cos \varphi}{HP} = 4.04 \text{ кпк}$$

Эта область находится в пределах нашей Галактики, а гравитационно связанные системы не расширяются. ?



$$\sin(-\phi) = \sin(i) \sin(l)$$

$$l = \omega t \quad (\omega \approx 15^\circ/\text{h}) \quad 15 \frac{0}{\text{rad}}$$

$$\phi = \sin^{-1} [-\sin(i) \sin(\omega t)]$$

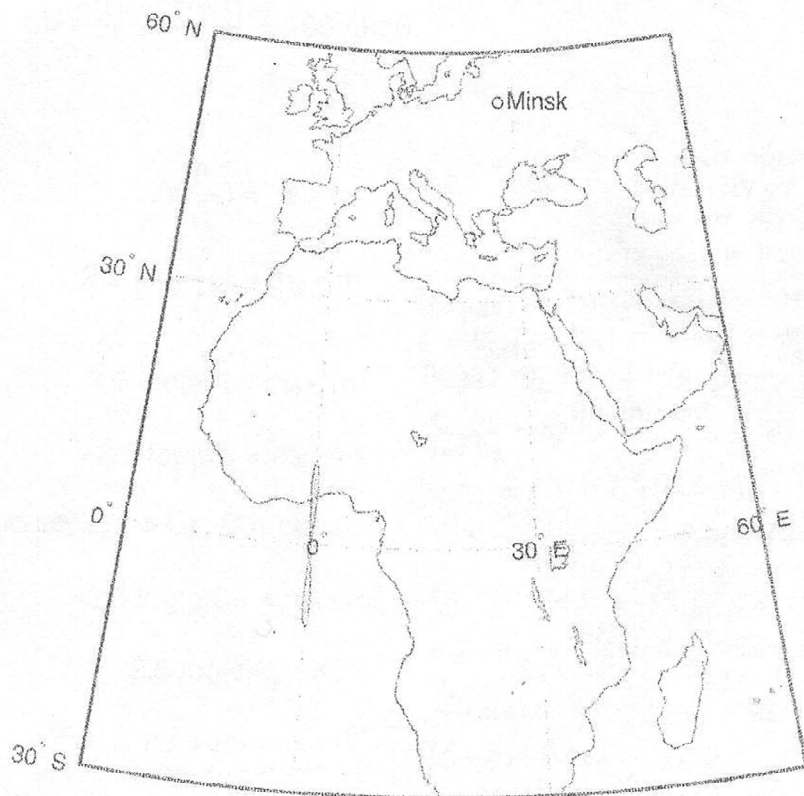
$$\tan(\lambda') = \tan(l) \cos(i) \quad ?$$

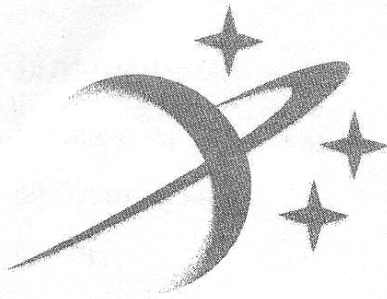
λ' - γωνία τορκι πορ επιζητικουσι
πρι κεντραζαζουσεσε Ζεμλε

$$\lambda = \lambda' - \omega t \quad \blacktriangleright \text{rotation of Earth} \quad \omega t - \text{για νωβοηοτα τορκι να πωβ. 3. (να 0, 0, 0)}$$

$$\lambda = \tan^{-1} [\tan(\omega t) \cos(i) - \omega t]$$

t [h]	λ [deg]	ϕ [deg]
0	0	0
1.5	-0.308	-3.81
3	-0.439	-7.05
4.5	-0.311	-9.23
6	0	-10
7.5	0.311	-9.23
9	0.439	-7.05
10.5	0.308	-3.81
12	0	0
13.5	-0.308	3.81
15	-0.439	7.05
16.5	-0.311	9.23
18	0	10
19.5	0.311	9.23
21	0.439	7.05
22.5	0.308	3.81
24	0	0



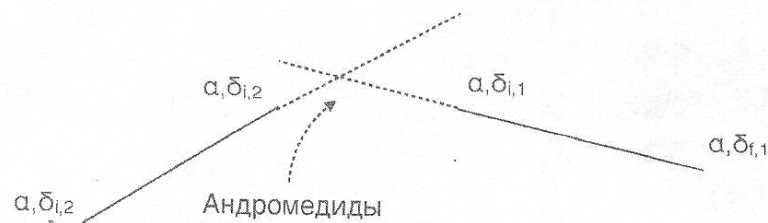


III Этап Республиканской олимпиады по астрономии

Решения заданий практического тура

13 января 2016 года

Метеоры



Пути метеоров и их продолжения можно считать участками прямых, уравнения которых на плоскости (участок небесной сферы сравнительно небольшой) имеют общий вид:

$\delta = b \cos \langle \delta \rangle + a$, где $\langle \delta \rangle \approx 34^\circ$ — среднее значение склонения для начала, конца метеорных путей и радианта, a [a] = °

$$b_{1,2} = \frac{\delta_{i,2} - \delta_{j,2}}{\cos \langle \delta \rangle (\alpha_{i,2} - \alpha_{j,2})}$$

$$b_1 = 0.292$$

$$b_2 = -1.126$$

$$a_{1,2} = \delta - b_{1,2} \cos \langle \delta \rangle$$

$$a_1 = 31.75^\circ$$

$$a_2 = 62.43^\circ$$

Приравниваем:

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta, \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$$

$$b_1 a \cos \langle \delta \rangle + a_1 = b_2 a \cos \langle \delta \rangle + a_2$$

$$a = \frac{a_1 - a_2}{\cos \langle \delta \rangle (b_2 - b_1)} = 1^h 44^m$$

$$\delta = b_1 a \cos \langle \delta \rangle + a_1 = b_2 a \cos \langle \delta \rangle + a_2 = 38^\circ$$

*М. найти и поместить на карту взаимно
($\alpha \approx 1^h 40^m$, $\delta \approx 37.5^\circ$)*

Планеты на небе

Решение на 13 января.

(a) Ответ на карте.

(b - d)

Меркурий
Солнце: Стрелец на гр с Козерогом
Венера

Венера: Змееносец; Марс: Дева; Юпитер: Лев; Сатурн: Змееносец

☾ Луна находится в Водолее.

(e) Необходимо измерить угловое расстояние α между планетой и Солнцем:

$$\frac{\sin \alpha}{a_{planet}} = \frac{\sin \gamma}{a_{earth}}$$

$$\Rightarrow \gamma = \sin^{-1} \left(\frac{a_{earth}}{a_{planet}} \sin \alpha \right)$$

$$\beta = \pi - \alpha - \gamma$$

$$a_{earth-planet} = \sqrt{a_{planet}^2 + a_{earth}^2 - 2a_{earth}a_{planet} \cos \gamma}$$

Расстояния:

Венера: 1.257 а.е.

Марс: 1.537 а.е.

Юпитер: 4.833 а.е.

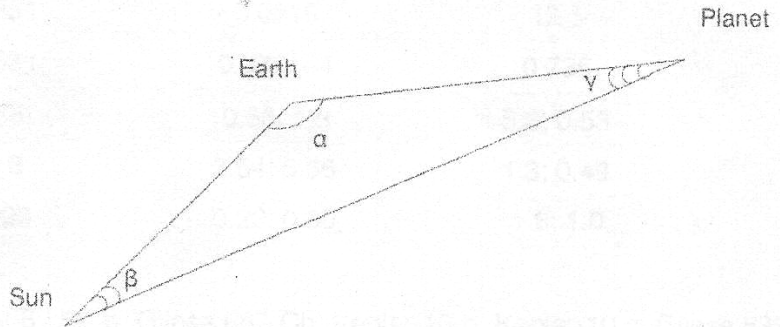
Сатурн: 10.716 а.е.

Примечание: у Венеры получаются два значения, в таблице выше приведены только действительные. Жюри учитывает все варианты.

☿ н.е. 0,67 а.е

☿	6°	0,68	(н.е. 0,1)
♀	33°	1,24	к BC
♂	44°	1,56	к □
♃	120°	4,84	к ∞
♄	40°	10,75	к □
♅	85°	20,07	~ □
♁	45°	30,63	к ∞
♂	7°	3,5	(всегда к-солнцу.)
♁	Δ		

+20°
-25°
-30°



Экзопланеты

(a)

$$a_{min} = a(1-e)$$

$$a_{max} = a(1+e)$$

$$F_{max} [F_{\oplus}] = \frac{I_{vol, star}}{a_{min}^2}$$

$$F_{\min} [F_{\oplus}] = \frac{L_{bol,star}}{a_{\max}^2}$$

Planet	$L_{bol,star} (L_{\odot})$	$a_{\min}, a_{\max} (a.u.)$	$F_{\max}, F_{\min} (F_{\oplus})$
Kepler-86 b	0.79	0.489; 1.167	3.8; 0.66
β UMi b	418.9	1.1; 1.7	3.3×10^2 ; 1.5×10^2
Gliese 667 Cb	0.013	0.044; 0.057	16; 9.3
Gliese 667 Cc	0.013	0.1251	1.9
Gliese 667 Cd	0.013	0.228; 0.242	0.51; 0.57
HD 128311 b	0.29	0.83; 1.38	0.15; 0.43
Gliese 3293 b	0.021	0.1563; 0.1305	1.2; 0.85
Gliese 3293 d	0.021	0.229; 0.500	0.39; 0.083
Kepler-10 b	1.08	0.01684	3.8×10^3
Kepler-10 c	1.08	0.2410	19
Kepler-62 e	0.22	0.427	1.2
Gliese 832 b	0.035	3.0; 3.8	4.0×10^{-3} ; 2.4×10^{-3}
Kepler-283 b	0.0831	0.0815	12.5
Kepler-283 c	0.0831	0.336144	0.735
HD 4203 b	1.68	0.56; 1.8	5.3; 0.53
HD 4732 c	15.8	3.54; 5.66	1.3; 0.49
Kepler-61 b	0.090	0.22; 0.30	1.8; 1.0

Отсюда видно, что экзопланеты β UMi b, Gliese 667 Cb, Kepler-10 b, Kepler-10 c, Gliese 832 b, Kepler-283 b находятся за пределами обитаемой зоны.

Экзопланеты Kepler-86 b, HD 128311 b, Gliese 3293 d, HD 4203 b не всегда находятся в обитаемой зоне, поэтому для жизни также непригодны.

Экзопланеты Gliese 667 Cc, Gliese 667 Cd, Gliese 3293 b, Kepler-62 e, Kepler-283 c, HD 4732 c, Kepler-61 b находятся всё время в обитаемой зоне.

(b) i) График

ii) В обитаемой зоне могут находиться как планеты земного типа, так и газовые/ ледяные гиганты, размеры которых заметно превышают размеры Земли — как правило, $\approx 4 R_{\oplus}$ и выше, хотя были обнаружены экзопланеты-«Мегаземли» радиусом $\approx 7 R_{\oplus}$. Поэтому решающим критерием здесь является плотность. Т.к. плотности крупных спутников

газовых и ледяных гигантов Юпитера, Сатурна, Нептуна (напр., Ио, Европы; Титана; Тритона) лежат в пределах 1800 — 3600 кг/м³, то можно считать $\rho_{\min} \approx 1700$ кг/м³.

$$\rho_{\oplus} = \frac{M_{\oplus}}{\frac{4\pi}{3}R_{\oplus}^3} = 5515 \text{ кг/м}^3$$

$$\frac{\rho}{\rho_{\oplus}} = \frac{1700}{5515} = 0.31$$

$$\frac{\rho}{\rho_{\oplus}} = \left(\frac{R}{R_{\oplus}}\right)^{-3} \left(\frac{M}{M_{\oplus}}\right) = 0.31 \Rightarrow \text{уравнение границы: } \frac{R}{R_{\oplus}} = \left(0.31^{-1} \frac{M}{M_{\oplus}}\right)^{1/3} = \left(3.2 \frac{M}{M_{\oplus}}\right)^{1/3}$$

Экзопланеты должны находиться ниже этой границы.

Необходимые расчеты жюри может выполнить в электронных таблицах Excel / OpenOffice.

(с) Итак, в обитаемой зоне остаются только 4 экзопланеты: Gliese 667 Cc, Kepler-62 e, Kepler-283 c, Kepler-61 b.

P.S. Эта выборка не отражает действительного соотношения количества пригодных и непригодных для жизни экзопланет: на самом деле первых насчитывается не более двух десятков, вторых — более 2 тысяч.

